# 30.秩序相の緩和現象の波数依存性と長時間緩和のタイプについて(パターン形成の運動及び統計,研究会報告)



高野, 宏; 中西, 秀; 宮下, 精二

# 30. 秩序相の緩和現象の波数依存性と長時間緩和のタイプについて

慶大・理工　高野　宏，中西　秀
東大・理　宮下精二

動的イシング模型の秩序相（$T<T_c$）においてひとつのスピン$S_i$の自己相関関数$\langle S_i(0)S_i(t)\rangle_c \equiv \langle S_i(0)S_i(t)\rangle-\langle S_i\rangle^2$がどのように緩和するかという問題を、動的イジング模型の固有モードの緩和時間の分布（波数依存性）およびスピン$S_i$を固有モードに分解したときの振幅の分布という観点から考える。

動的イジング模型では時刻tにスピン配置{S}をとる確率P（{S}；t）の時間発展は

$$\dot{P}(\{S\};t)=-\Gamma P(\{S\};t)$$

の形に書かれる。時間発展演算子Γの固有値を$\lambda_j$、左固有関数を$\phi_j(\{S\})$、右固有関数を$\psi_j(\{S\})$とする。$\lambda_j \geqq 0$であり、$\phi=1$、$\psi=P_{eq}(\{S\})$（平衡分布関数）に対し$\lambda=0$である。一般に$\psi_j=\phi_j P_{eq}$ととることができる。

ひとつのスピン$S_i$を左固有関数を用いて

$$S_i=\Sigma_j \mu_j \phi_j(\{S\})$$

と展開すると、自己相関関数$<S_i(0)S_i(t)>_c$は

$$<S_i(0)S_i(t)>_c=\sum_{\lambda_j\neq 0}\mu_j^2\exp(-\lambda_j t)$$

のように緩和時間$1/\lambda_j$で指数関数的に緩和する項の和で表される。無限系の秩序相では$S_i$に寄与する固有値$\lambda_j$は0から連続的に分布していると考えられる。[1)]このため$<S_i(0)S_i(t)>_c$の長時間緩和の様子は$\lambda\sim 0$に対応した$\mu$の振舞いに強く依存していると考えられる。

時間発展演算子Γは空間に関して並進対称性を持っているので、その固有値、固有関数を波数ベクトルkで分類することができる。各kに対し最小のλをλ（k）、それに対応したμをμ（k）と書くことにする。

正方格子上の動的イジング模型のモンテカルロ・シミュレーションを行い、$\lambda$（k）および$\mu$（k）の分布について以下の結果を得た。一般に予想されているように高温相（$T > T_c$）では$\lambda$（k）～$k^2$ +const で$\lambda$がギャップをもっているのに対し、秩序相（$T < T_c$）では$\lambda$（k)～$k^2$ となっている。$\mu^2$（k）は、高温相ではkが大きくなるにつれ単調に減少していくのに対し、秩序相ではある$k_{max}$で最大値を持ちk→0で急激に減少しており、k→0で$\mu^2$（k）→0と予想される。これは秩序相の平衡状態において相関距離の逆数$\xi^{-1}$程度より小さい波数のゆらぎが非常に起こりにくくなっていることを反映していると考えられる。また温度Tがさがると$k_{max}$は大きくなっており、$k_{max}$ ～$\xi^{-1}$という振舞いに対応していると考えられる。

k→0での$\mu^2$ の関数形を予想するために、次のような簡単化したモデル[1]を考える。スピン状態として、スピンが総てそろった状態と波数kのゆらぎ（$k^{-1}$程度の大きさのゆらぎ）のある状態の二つのみをとる。この二つの状態間の遷移確率に対して詳細釣り合いが成り立っているとする。$k^{-1}$程度の大きさのゆらぎが$k^{-(d-1)}$程度の界面を持つと考え、$k^{-1}$程度の大きさのゆらぎもった状態の平衡状態（秩序相）での出現確率が$\exp[-Ak^{-(d-1)}]$に比例しているとする（ここでdは空間次元）。これらの結果、$\mu^2$（k）～$\exp[-Ak^{-(d-1)}]$が得られる。

以上の結果から$\langle S_i(0)S_i(t)\rangle_c$の長時間緩和を考えてみる。

$$\lambda(k) \sim k^2,$$
$$\mu^2(k) \sim \exp[-Ak^{-(d-1)}]$$

であるから、

$$\langle S_i(0)S_i(t)\rangle_c \sim \int d^d k \ \ \mu^2(k)\exp[-\lambda(k)]$$
$$\sim \int d^d k \ \ \exp[-Ak^{-(d-1)} - k^2 t]$$

となる。指数関数の肩を鞍点評価することにより

$$\langle S_i(0)S_i(t)\rangle_c \sim \exp[-Ct^{(d-1)/(d+1)}]$$
$$\sim \exp[-Ct^{1/3}] \quad (d=2)$$
$$\sim \exp[-Ct^{1/2}] \quad (d=3)$$

を得る。２次元のモンテカルロ・シミュレーションからは、スピン自己相関関数の秩序相におけるこのような振舞いを支持するような予備的な結果が得られている。

1) S. Miyashita and H. Takano, Prog. Theor. Phys. 73(1985),1122.